Trilce
ACADEMIA

Curso:

Física

Tema:

Vectores

Ciclo:

Intensivo

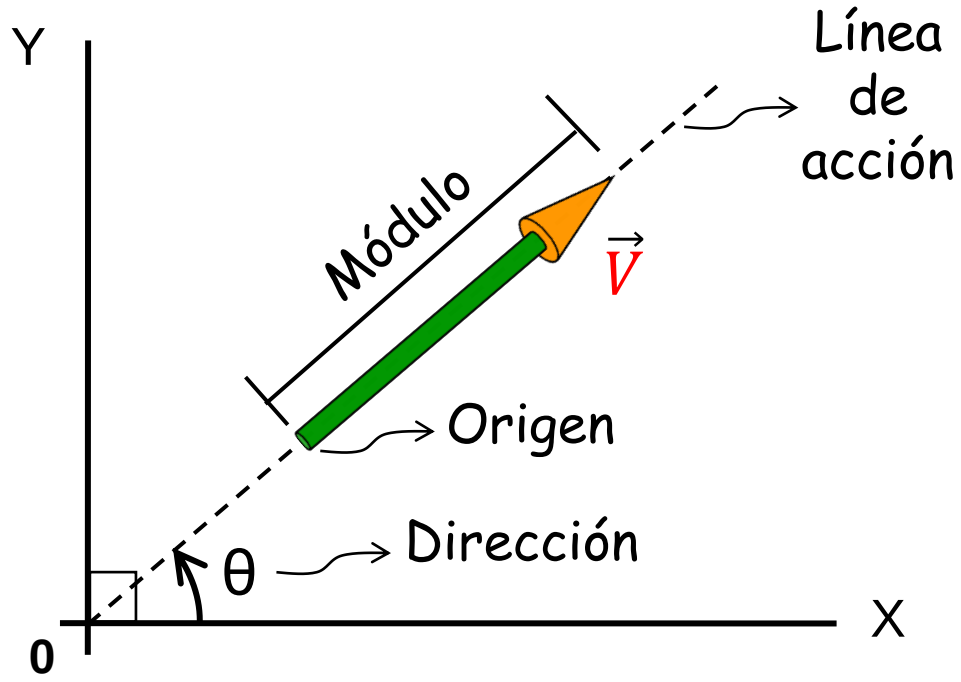
Semana:

INTRO I

Vector

Un vector es un segmento de recta orientada que sirve para representar e indicar el sentido de las cantidades físicas vectoriales, tales como: La posición ($\vec{r}$), el desplazamiento ($\vec{d}$), la velocidad ($\vec{v}$), la aceleración ($\vec{a}$), la fuerza ($\vec{F}$), etc.

Representación Gráfica:



* $\vec{V}$, *se lee:* *vector uve* ... $(+,-)$

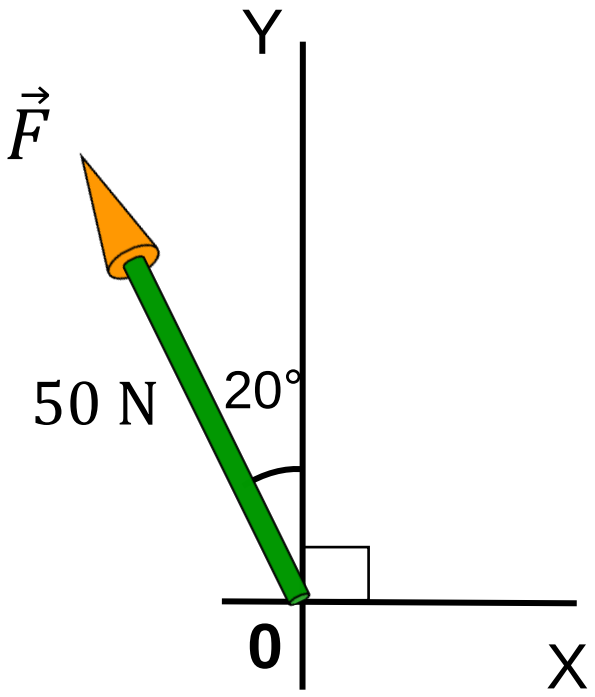
* $|\vec{V}| = V$, *se lee:* *módulo del* $\vec{V}$ ... $(+)$

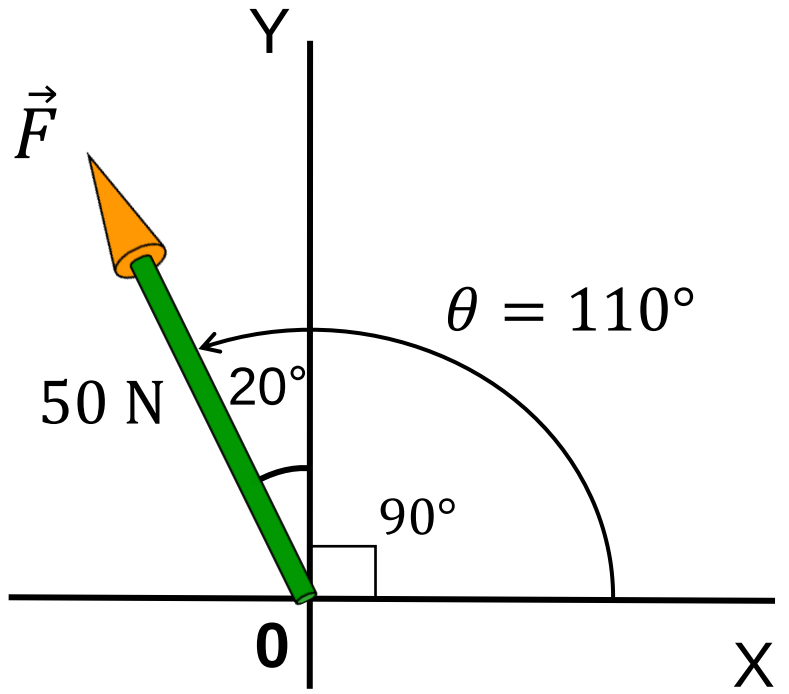
* $\vec{V} = V\ \lfloor\theta$ ... ... *notación*

Trilce ACADEMIA

Ejemplos:

1. $\vec{F} = ?$

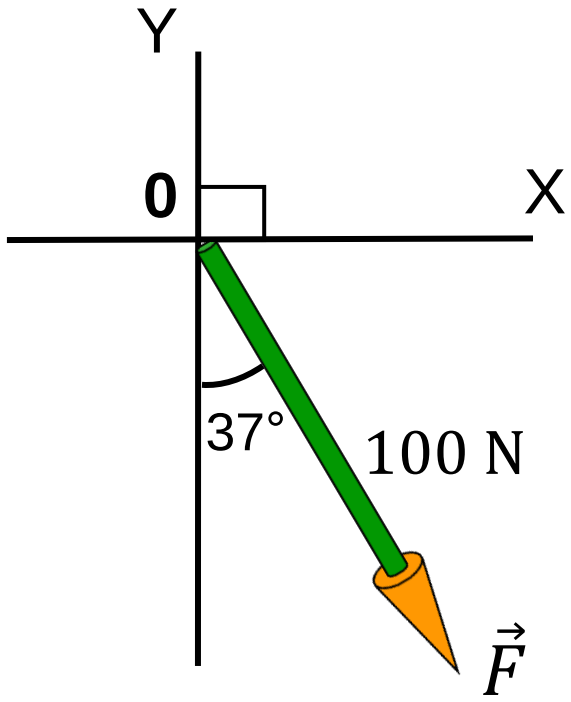


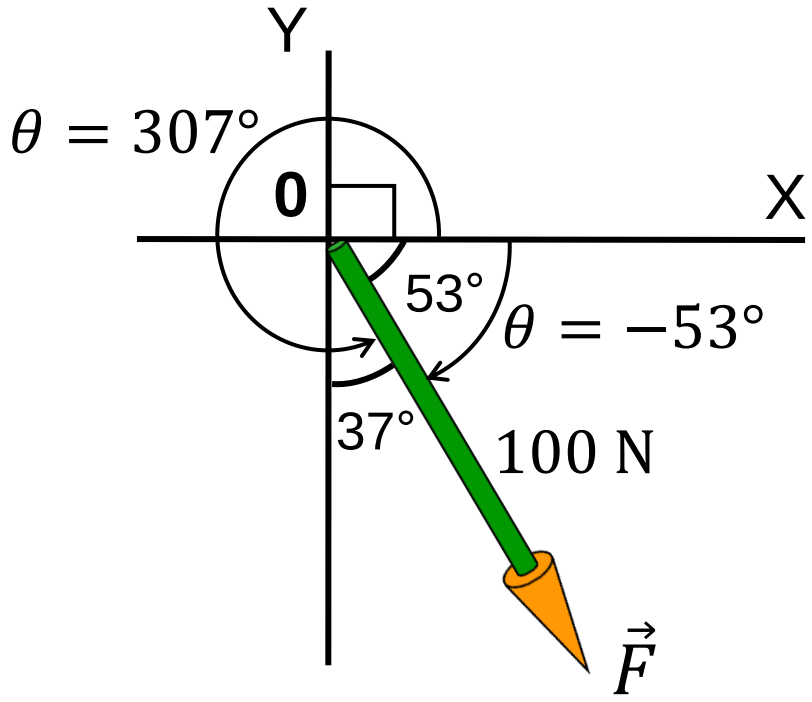


$\vec{F} = 50\ \text{N}\ \lfloor 110°$

Trilce
ACADEMIA

2. $\vec{F} = ?$





$$\vec{F} = 100\ \text{N}\ \lfloor 307°$$

O también:

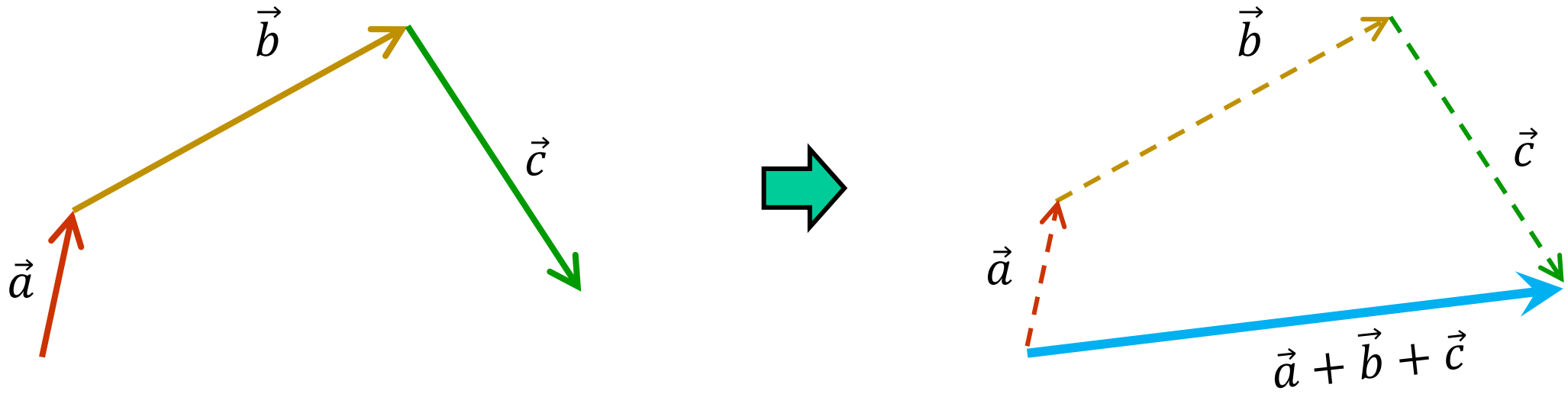
$$\vec{F} = 100\ \text{N}\ \lfloor -53°$$

Trilce ACADEMIA

Suma de Vectores

Método del Polígono (Para n vectores)

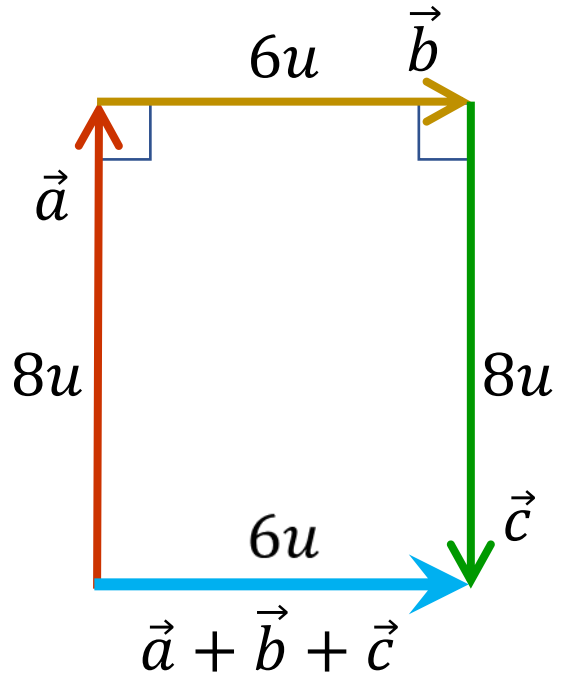
Este método para sumar vectores consiste en agrupar uno a continuación de otro, para luego reemplazarlos por un vector, denominado Vector Resultante $\vec{R}$, que partirá desde el origen del primero hacia el extremo del último vector, así:



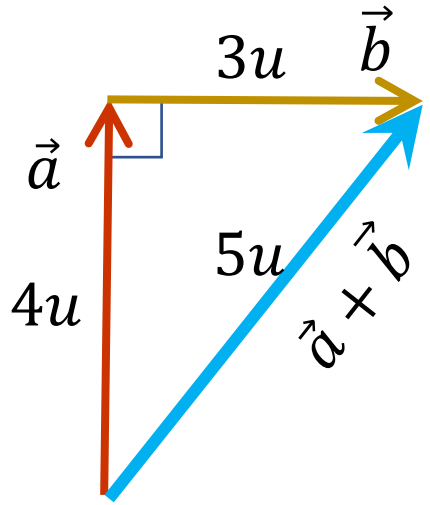
$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \quad \ldots\ldots Vector\ Resultante$$

Trilce ACADEMIA

Aclarando:



$\therefore |\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}| = 6u$

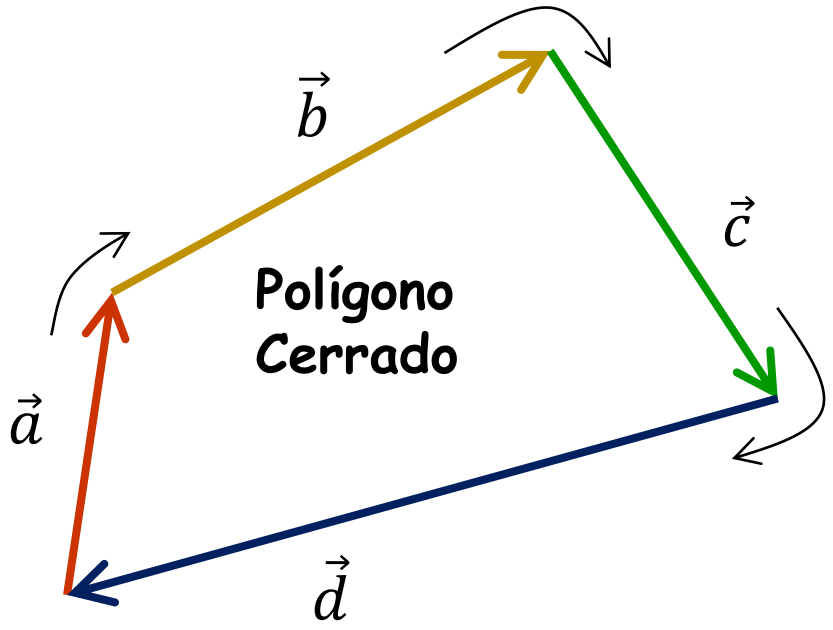


$\therefore |\vec{a}+\vec{b}| = 5u$

Trilce
ACADEMIA

Caso especial:

Este es un caso en donde el origen del primer vector coincide con el extremo del último vector. El vector resultante aquí es nulo.



$* \ \vec{R} = \vec{0} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} vector \\ nulo \end{cases}$

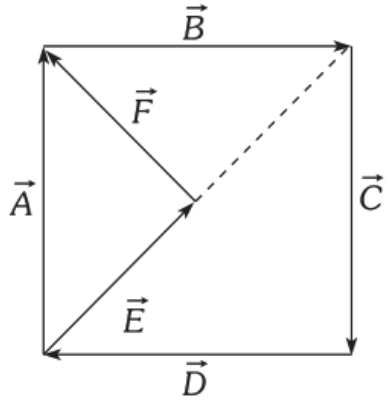
$\rightarrow \ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$

$* \ |\vec{R}| = R = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} módulo \\ cero \end{cases}$

$\rightarrow \ |\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}| = 0$

Trilce
ACADEMIA

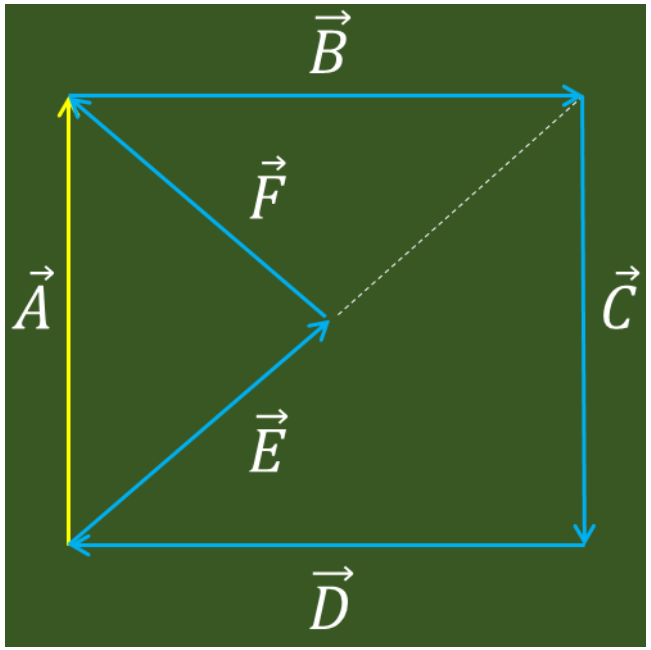
En la figura, $|\vec{A}| = |\vec{B}| = |\vec{C}| = |\vec{D}|$ y $|\vec{E}| = |\vec{F}|$. Encuentre el vector resultante de los vectores mostrados. (UNMSM 2009 - II)



A) $\vec{D}$ B) $2\vec{A}$ C) $\vec{E}$ D) $2\vec{D}$ E) $\vec{A}$

Resolución:

Se tiene:



Se sabe:

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E} + \vec{F} \ldots\ldots (1)$$

De la figura (Polígono cerrado):

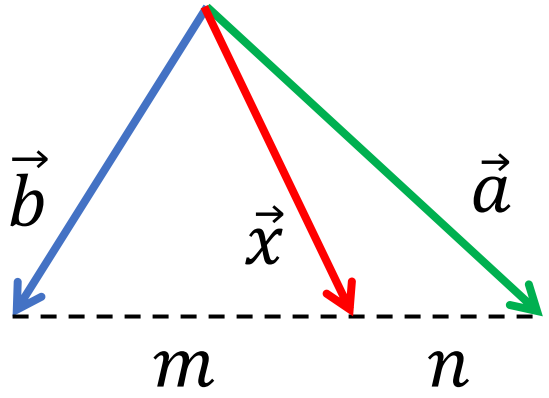
$$\vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E} + \vec{F} = \vec{0}$$

En (1): $\vec{R} = \vec{A} + \vec{0}$

$\therefore$ $\boxed{\vec{R} = \vec{A}}$

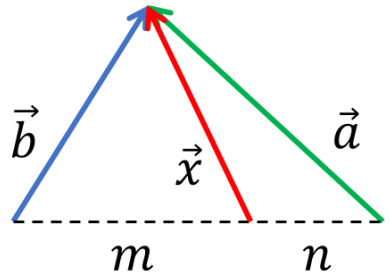
Trilce ACADEMIA

Propiedad:

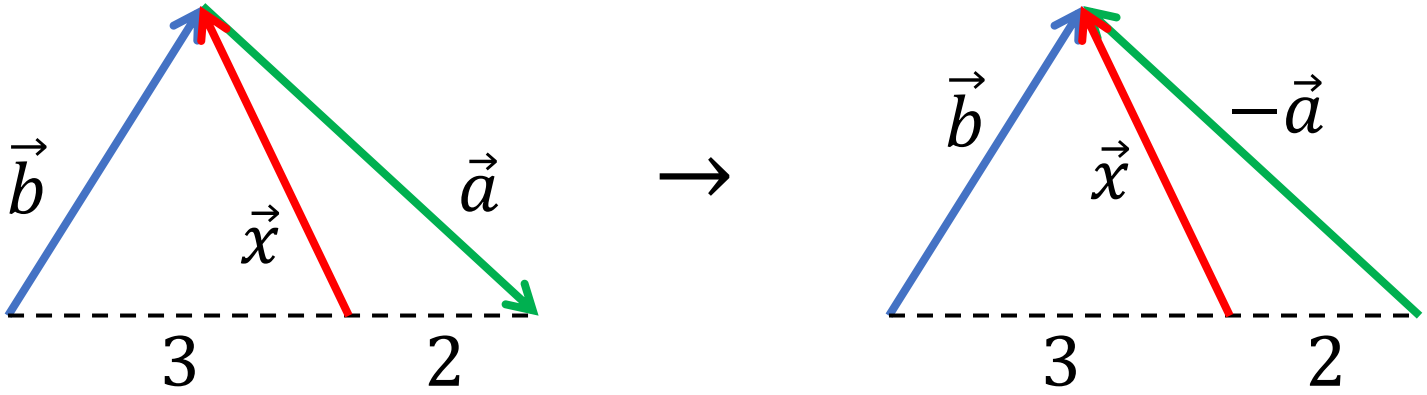


$$\vec{x} = \frac{m\vec{a} + n\vec{b}}{m+n}$$

Obs.: También es valido si



Ejm: Expresar el vector $\vec{x}$ en términos del $\vec{a}$ y $\vec{b}$.



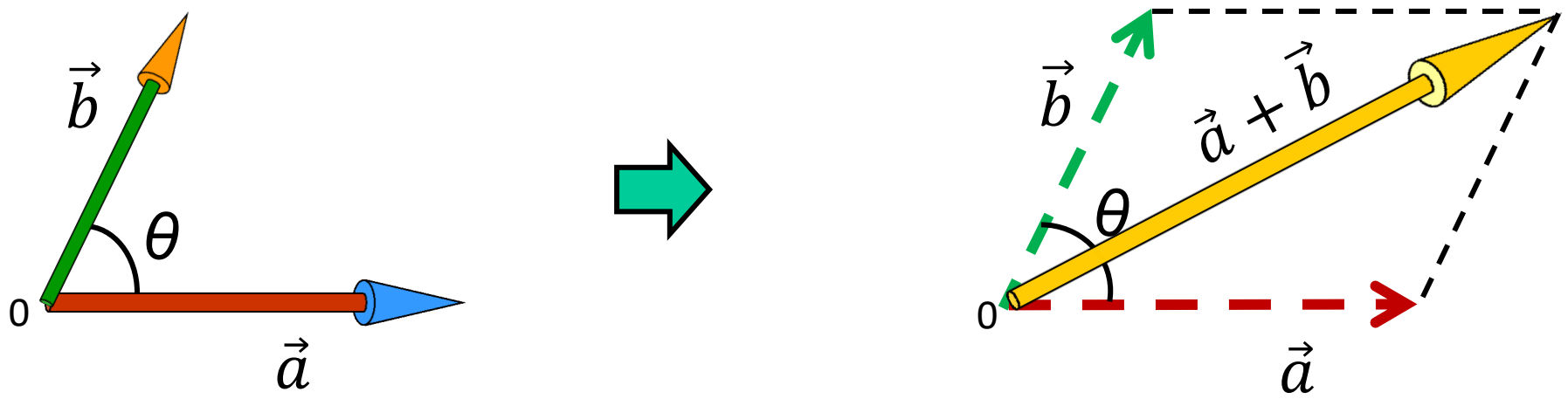
$$\vec{x} = \frac{3(-\vec{a}) + 2\vec{b}}{3+2}$$

$$\vec{x} = \frac{2\vec{b} - 3\vec{a}}{5}$$

Trilce ACADEMIA

Método del Paralelogramo (Para dos vectores)

Este método para sumar vectores consiste en unir dos vectores por su origen para así determinar el ángulo entre ellos con el cual vamos a trabajar. Trazamos paralelas a cada uno de los vectores. Las intersecciones de estas formarán un paralelogramo, he ahí el nombre del método. El vector resultante de dichos vectores se muestra en la figura:

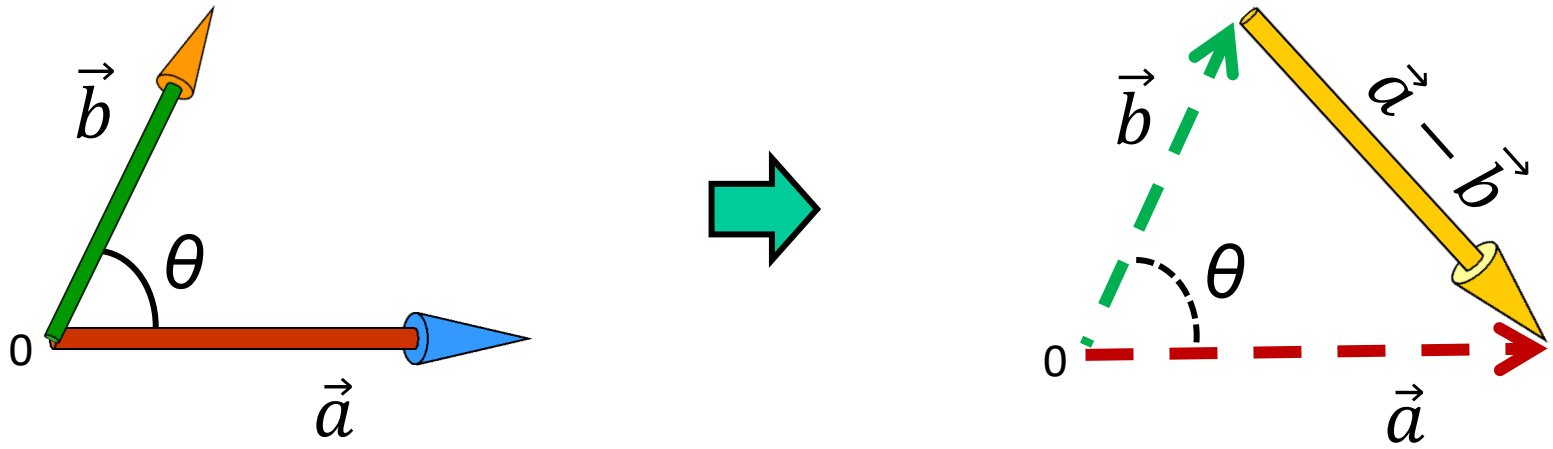


$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots Vector\ Resultante$$

$$|\vec{R}| = |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\theta} \ldots M\acute{o}dulo\ del\ \vec{R}$$

Trilce ACADEMIA

Tener Presente:



$$\vec{D} = \vec{a} - \vec{b} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots Vector\ Diferencia$$

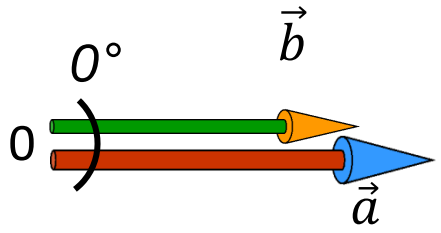
$$\left|\vec{D}\right| = \left|\vec{a} - \vec{b}\right| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\theta} \ \ldots\ldots\ldots M\acute{o}dulo\ del\ \vec{D}$$

Obs.: $*\ \ \vec{a} - \vec{b} \neq \vec{b} - \vec{a}$ $\qquad$ $*\ \ \left|\vec{a} - \vec{b}\right| = \left|\vec{b} - \vec{a}\right|$

Trilce ACADEMIA

Obs.:

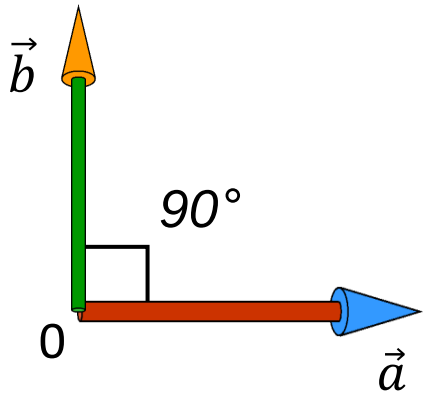
1. $Si:\ \theta = 0°$



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$R_{máx} = a + b$$

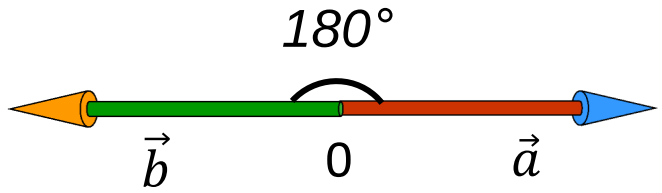
2. $Si:\ \theta = 90°$



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$R_{\perp} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

3. $Si:\ \theta = 180°$



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$R_{mín} = |a - b|$$

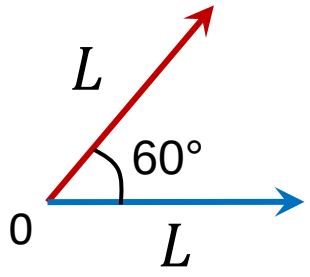
$$\therefore \boxed{R_{mín} \leq R \leq R_{máx}}$$

$$\boxed{|a - b| \leq R \leq a + b}$$

Trilce ACADEMIA

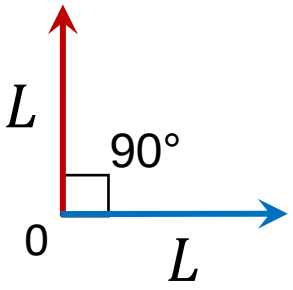
Propiedades:

1.



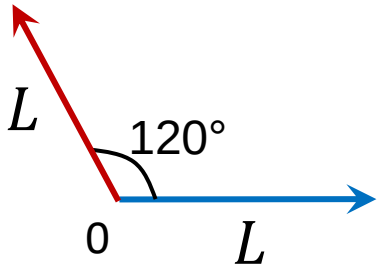
$$R = L\sqrt{3}$$

2.



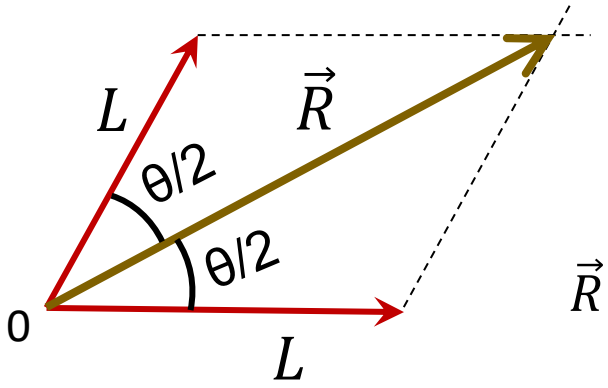
$$R = L\sqrt{2}$$

3.



$$R = L$$

En general:

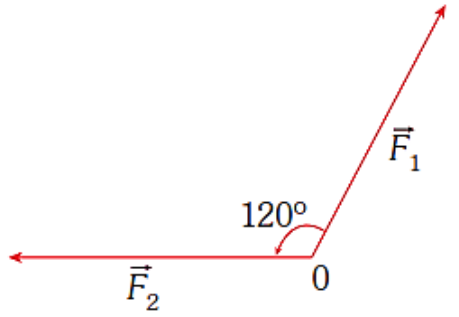


$\vec{R}$: *es bisectriz*

$$R = 2L\cos(\theta/2)$$

Trilce ACADEMIA

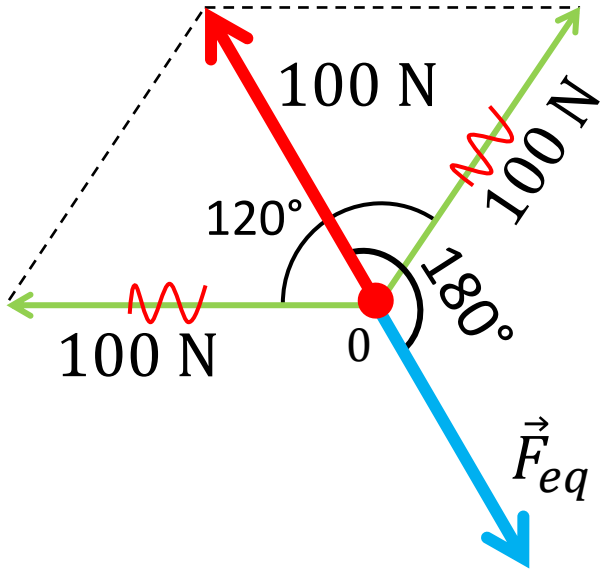
Dos fuerzas, $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, cada una de 100 N de magnitud, actúan sobre un punto, como se muestra en la figura. Determine la magnitud de la fuerza que equilibra estas dos fuerzas. (UNMSM 2015 - I)



A) 200 N B) 50 N C) $100\sqrt{3}$ N D) $100\sqrt{2}$ N E) 100 N

Resolución:

Se tiene:



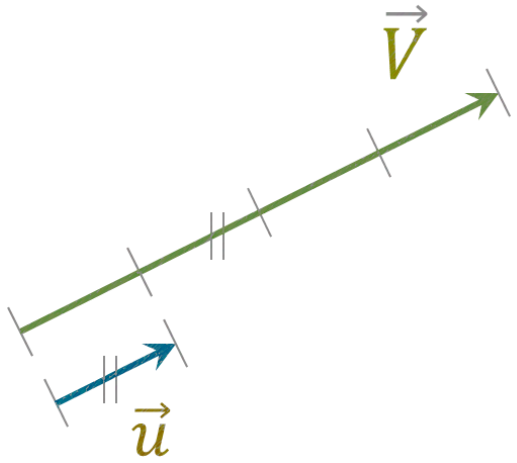
Para el equilibrio:

$$F_{eq} = 100 \text{ N}$$

Trilce ACADEMIA

Vectores Unitarios

Un **vector unitario** o **versor** es aquel vector cuyo módulo es la unidad.
Si $\vec{V}$ es un vector cuyo módulo $V \neq 0$, entonces un vector unitario $\vec{u}$ teniendo la misma dirección del $\vec{V}$ es representado por:



$$\vec{u} = \frac{\vec{V}}{V} \cdots\cdots \text{Vector Unitario del } \vec{V} \quad , \quad |\vec{u}| = u = 1$$

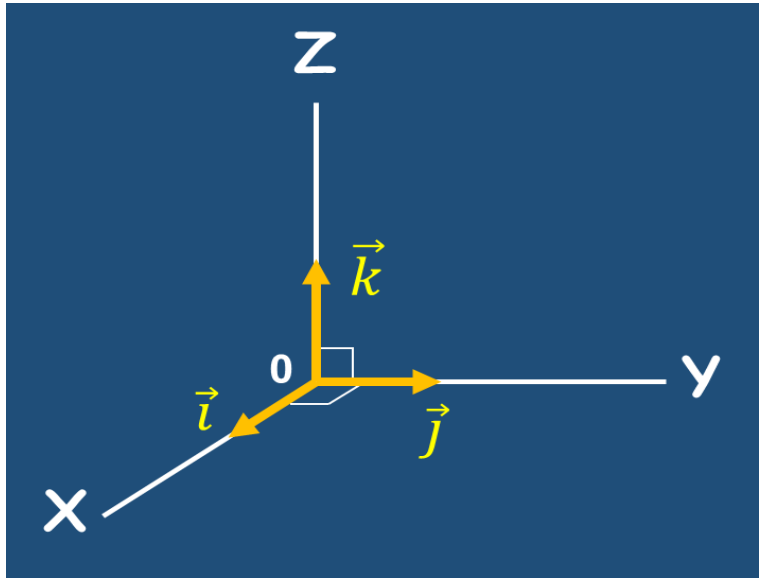
$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{V} = V\vec{u}}$$

Como se ve, todo vector puede representarse como el producto de su módulo y su vector unitario.

Trilce ACADEMIA

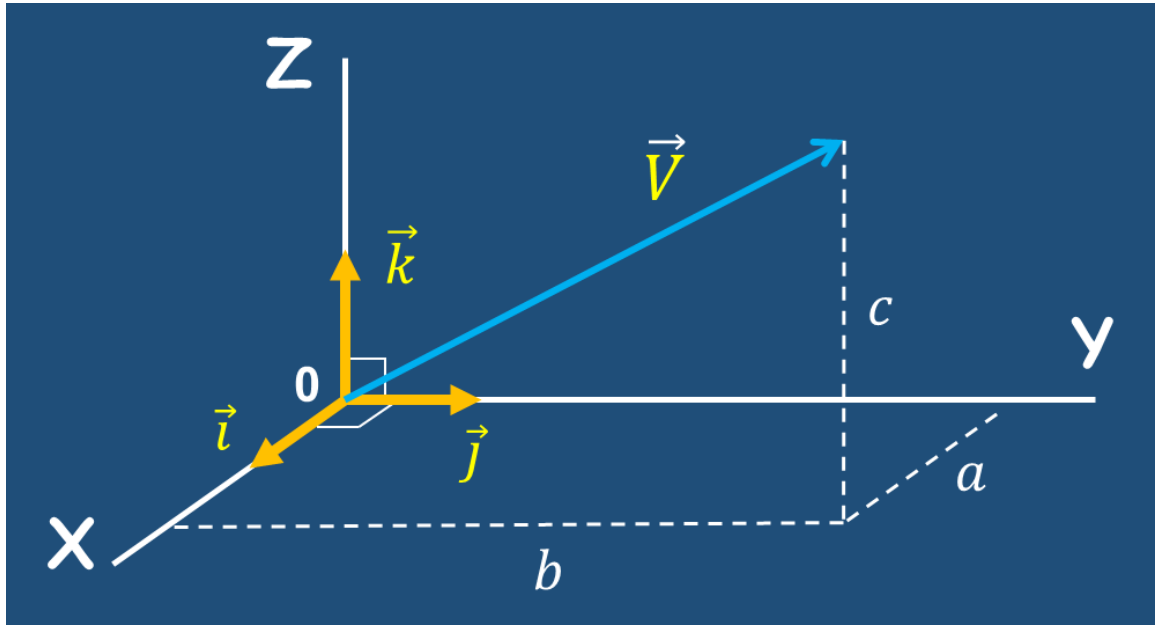
Vectores Unitarios en el Sistema Rectangular de Coordenadas X, Y, Z

Para simplificar las operaciones en el algebra vectorial, se hace uso de los vectores unitarios (o versores), $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ los cuales serán usados para definir las direcciones positivas de los ejes rectangulares **X**, **Y**, **Z**.



$\rightarrow \quad \vec{i} \neq \vec{j} \neq \vec{k}$

$\rightarrow \quad i = j = k = 1$

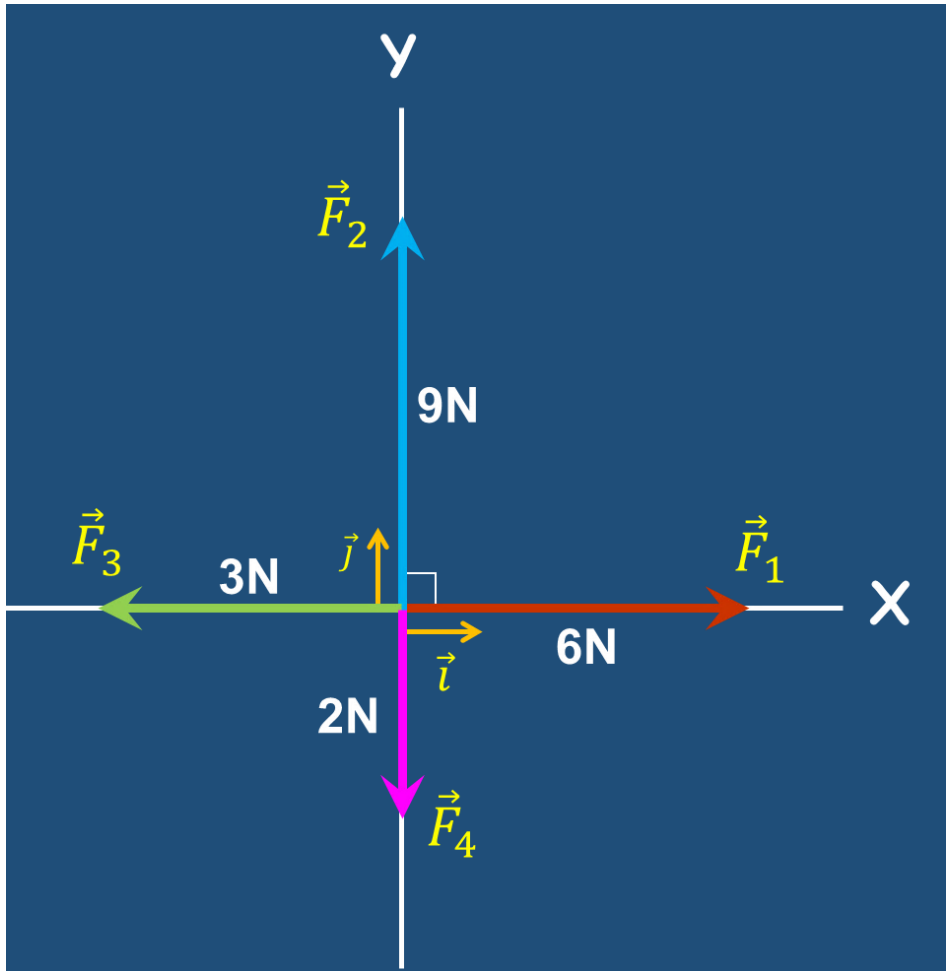


$$\vec{V} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k} = (a; b; c)$$

$$V = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \ldots\ldots\ldots \textit{Módulo}$$

Trilce ACADEMIA

Ejemplos en 1D :



Como sabemos: $\vec{V} = V\vec{u}$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_1 = 6\text{N}(+\vec{i}\,) \quad = +\,6\vec{i}\,\text{N} \quad = (6;0)\,\text{N}$$

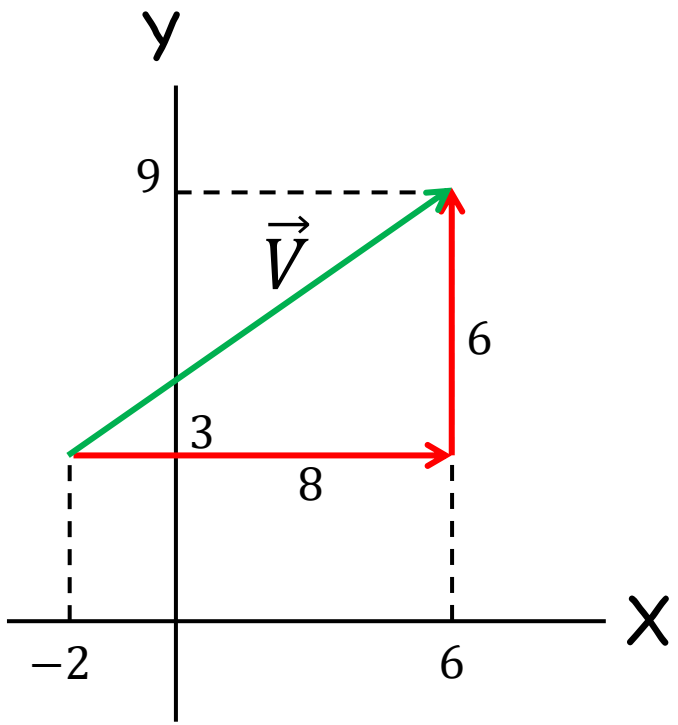
$$\Rightarrow \quad \vec{F}_2 = 9\text{N}(+\vec{j}\,) \quad = +9\vec{j}\,\text{N} \quad = (0;9)\,\text{N}$$

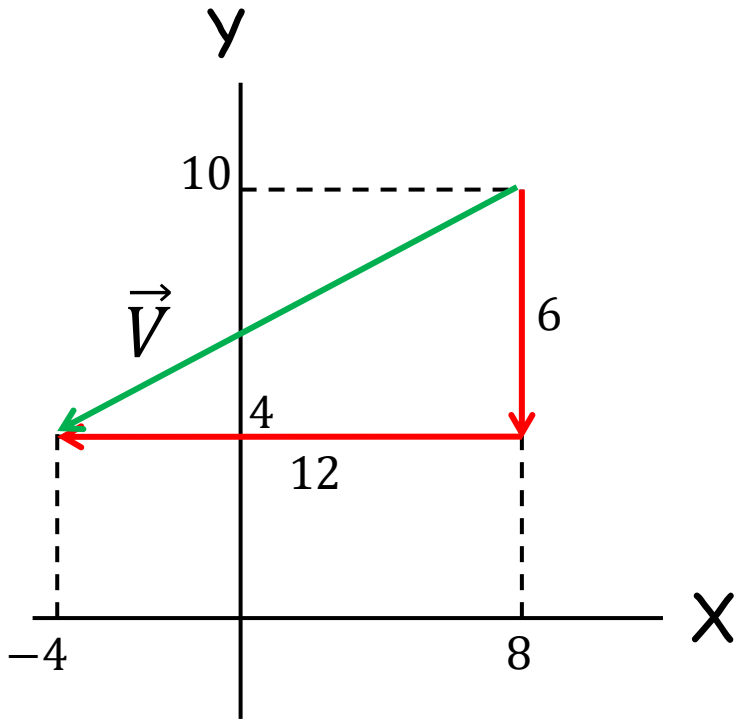
$$\Rightarrow \quad \vec{F}_3 = 3\text{N}(-\vec{i}\,) \quad = -3\vec{i}\,\text{N} \quad = (-3;0)\,\text{N}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_4 = 2\text{N}(-\vec{j}\,) \quad = -2\vec{j}\,\text{N} \quad = (0;-2)\,\text{N}$$

Trilce ACADEMIA

Ejemplos en 2D:



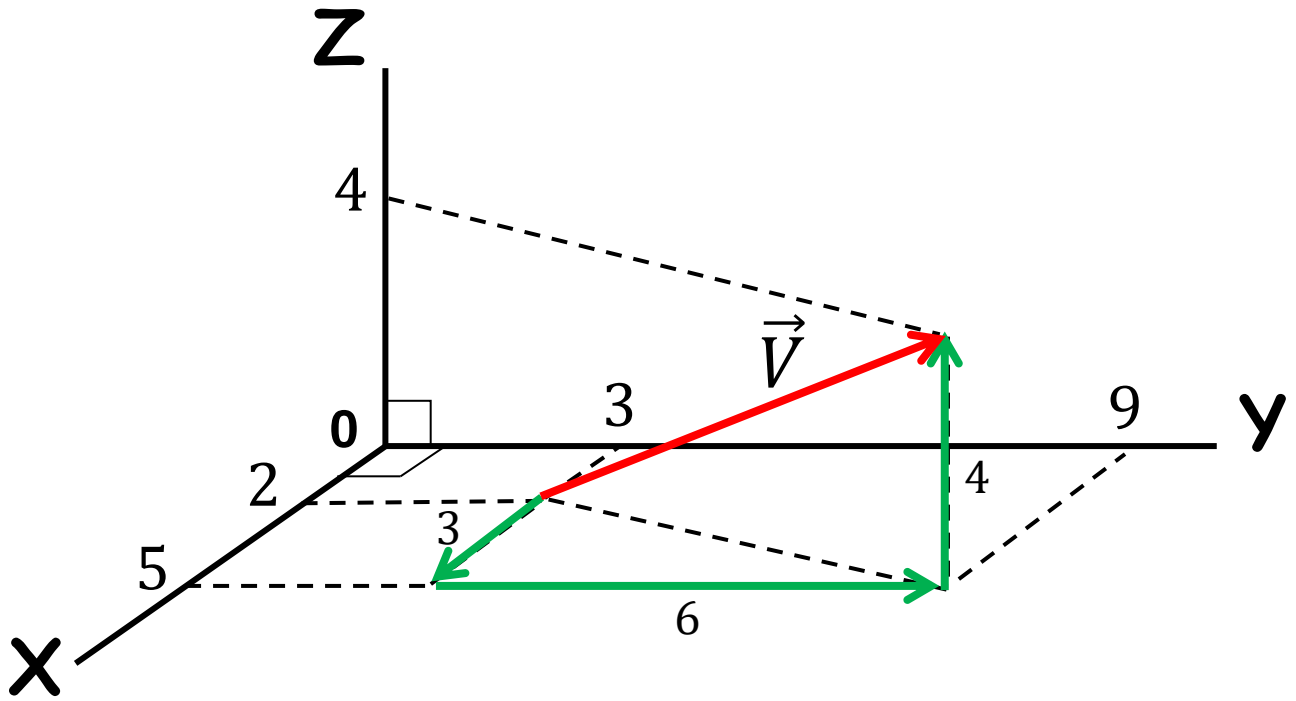


$\vec{V} = 8\vec{\imath} + 6\vec{\jmath} = (8; 6)$

$\vec{V} = -12\vec{\imath} - 6\vec{\jmath} = (-12; -6)$

Trilce
ACADEMIA

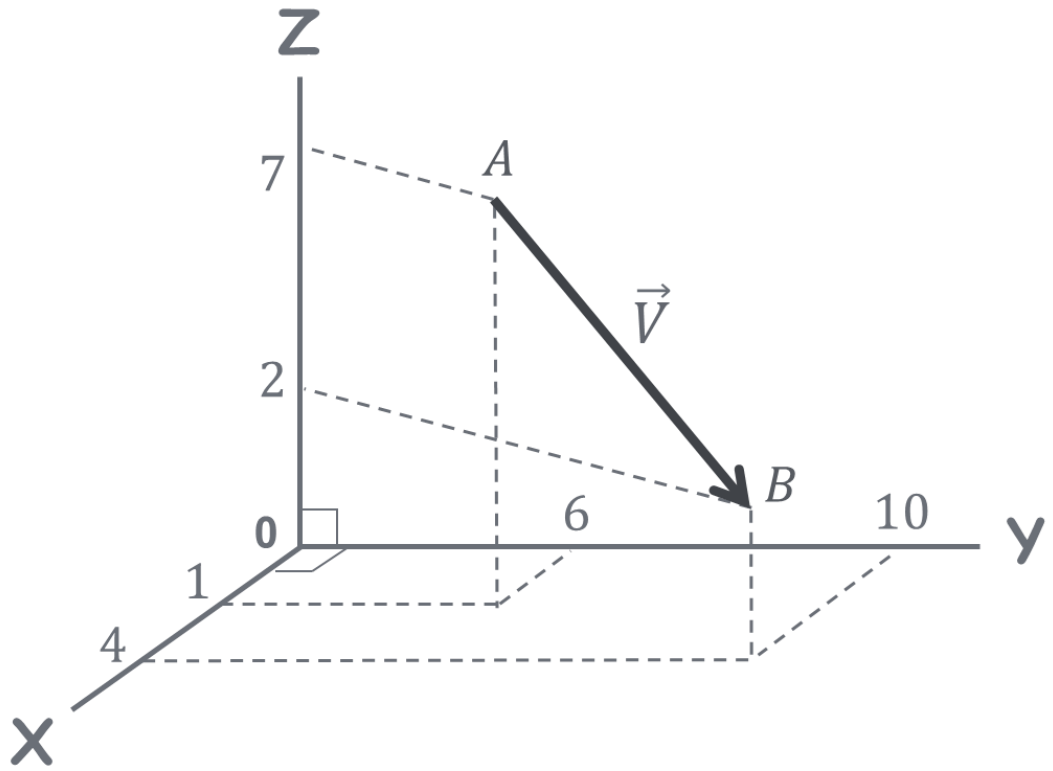
Ejemplo en 3D:



$$\vec{V} = 3\vec{\imath} + 6\vec{\jmath} + 4\vec{k} = (3; 6; 4)$$

Trilce
ACADEMIA

Propiedad:



Se cumple:

$$\vec{V} = \overrightarrow{AB} = B - A$$

De la figura:

$$\Rightarrow \quad \vec{V} = (4\ ;10\ ;2) - (1\ ;6\ ;7)$$

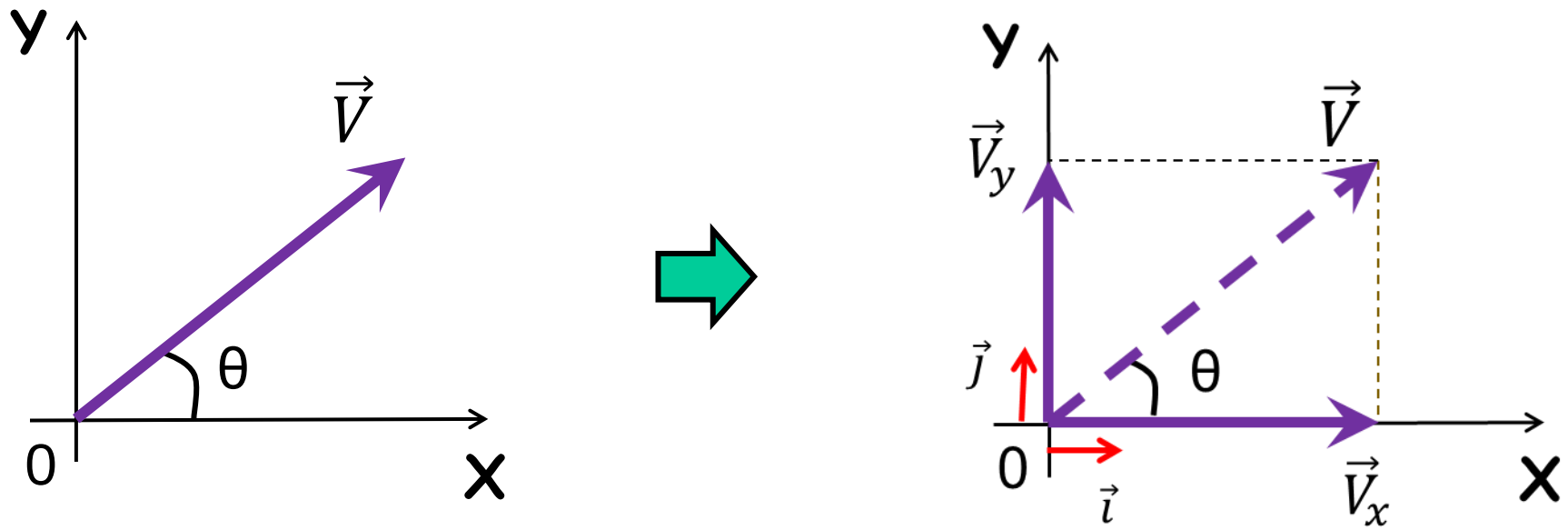
$$\vec{V} = (3\ ;4\ ;\ -5)$$

$$\vec{V} = 3\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} - 5\vec{k}$$

Trilce ACADEMIA

Método de Descomposición Rectangular (Para n vectores)

Descomponer rectangularmente un vector $\vec{V}$ es representarlo sobre los ejes rectangulares, donde cada uno de los cuales será llamado componente rectangular del vector $\vec{V}$.



Siendo:

$$V_x = V\cos\theta$$

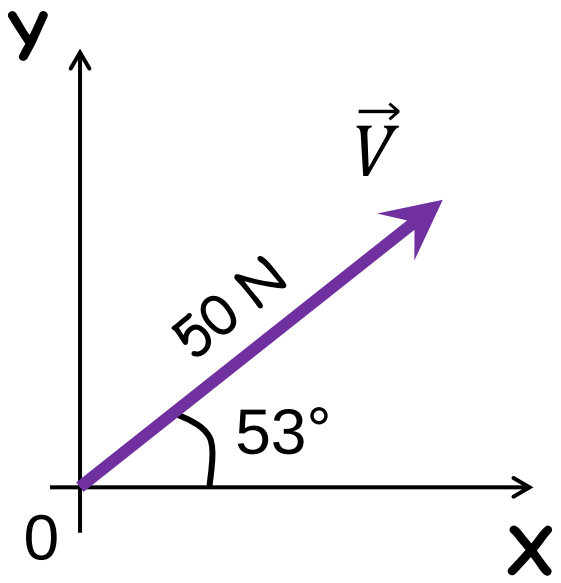
$$V_y = V\,\text{sen}\,\theta$$

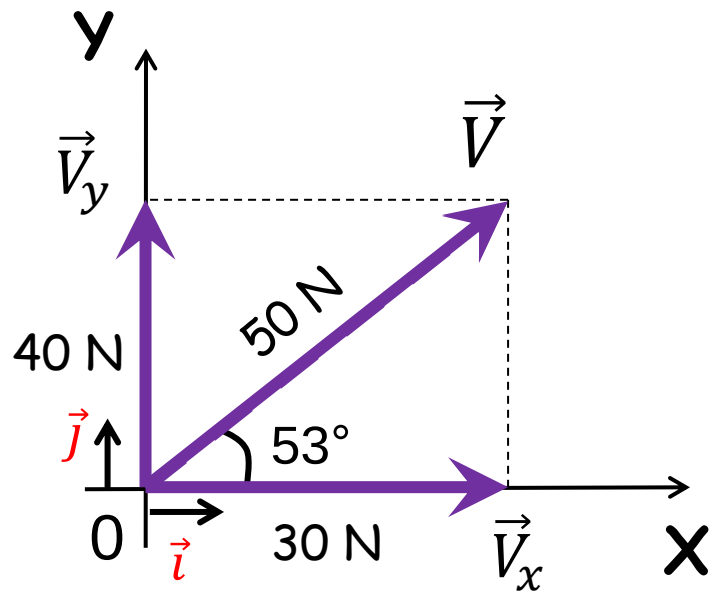
Como: $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y \quad \Rightarrow \quad \vec{V} = V_x\,\vec{i} + V_y\,\vec{j}$

Trilce ACADEMIA

Ejemplo:

Sea:



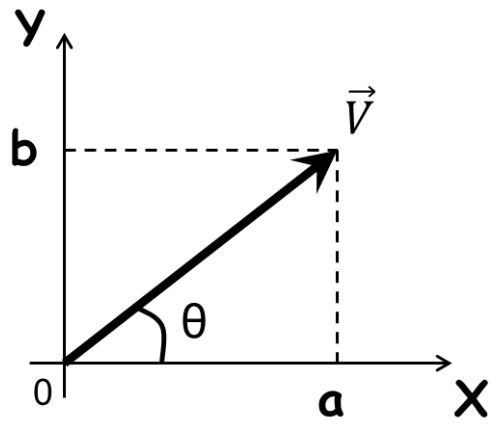


Como:

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y \implies \vec{V} = 30\text{N}\,\vec{i} + 40\text{N}\,\vec{j} \therefore \boxed{\vec{V} = (30\,\vec{i} + 40\,\vec{j})\text{N}}$$

Trilce ACADEMIA

En general, si:



$$\vec{V} = a\vec{i} + b\vec{j} = (a\ ;\ b)$$

$$\Rightarrow \quad V = \sqrt{a^2 + b^2} \ldots\ldots\ldots \textit{Módulo}$$

$$\Rightarrow \quad \tan\theta = \frac{b}{a} \ldots\ldots\ldots\ldots \textit{Dirección}$$

Obs.:

Si: $\vec{V} = 4\vec{i} - 3\vec{j} \ = \ 4\vec{i} + (-3)\vec{j} \ = (4; -3)$

Es decir: $a = 4 \quad \wedge \quad b = -3$

Propiedad:

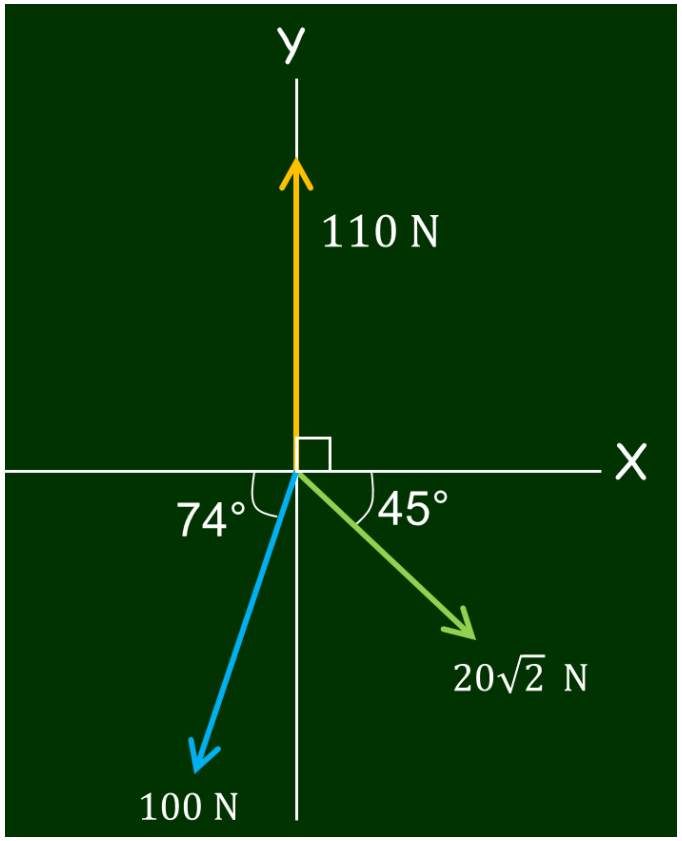
De la figura, el vector unitario del vector $\vec{V}$, seria:

$$\vec{u} = (\cos\theta\ ;\ \operatorname{sen}\theta)$$

Trilce ACADEMIA

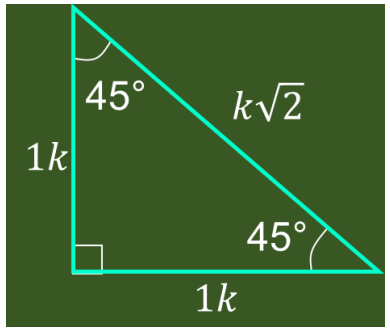
Ejemplo:

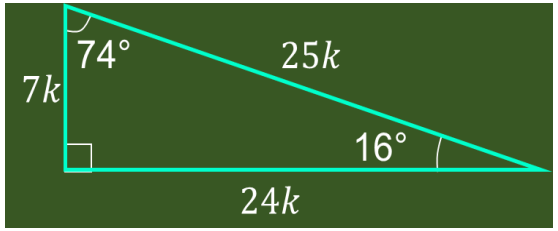
En el sistema de vectores mostrado, determine el vector resultante ($\vec{R}$), su módulo (R) y dirección (θ).



Resolución :

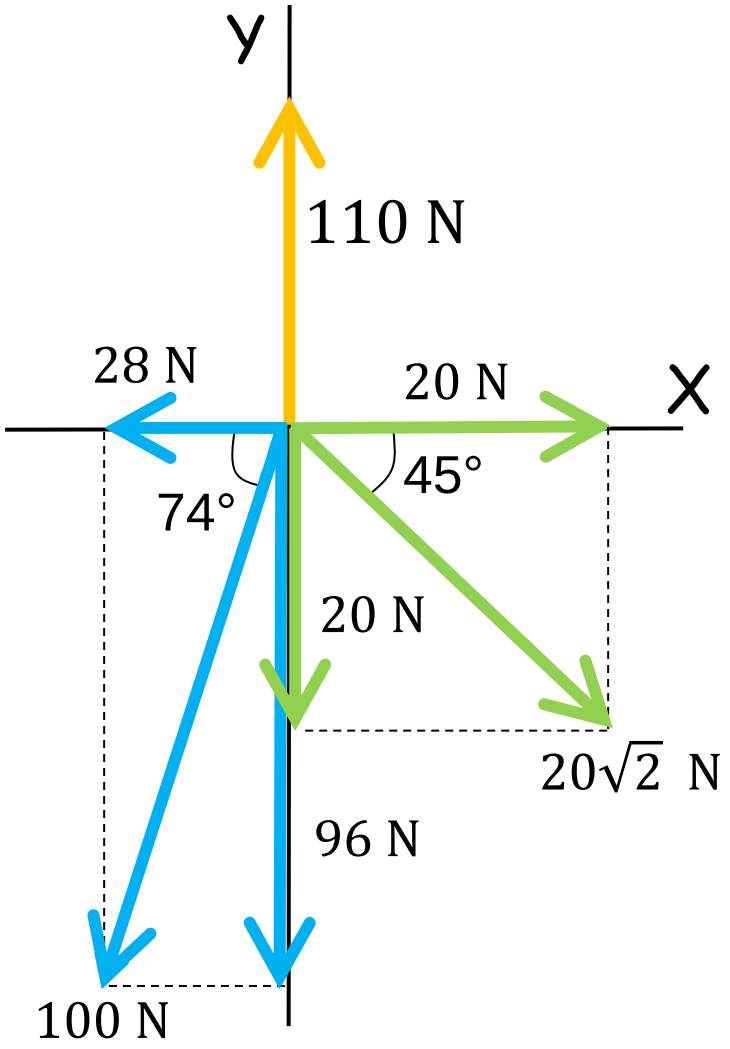
Es muy importante tener siempre presente los triángulos rectángulos notables:





Trilce
ACADEMIA

1° Descomponemos los vectores sobre los ejes rectangulares



2° Calculamos la resultante

$$\vec{R} = (20\vec{\imath} - 28\vec{\imath} + 110\vec{\jmath} - 20\vec{\jmath} - 96\vec{\jmath})\text{N}$$

$$\boxed{\vec{R} = (-8\vec{\imath} - 6\vec{\jmath})\text{N}} \quad \text{o} \quad \boxed{\vec{R} = (-8; -6)\text{N}}$$

3° Ahora el módulo de la resultante

$$R = \sqrt{(-8)^2 + (-6)^2}$$

$$R = \sqrt{100}$$

$$\boxed{R = 10\ \text{N}}$$

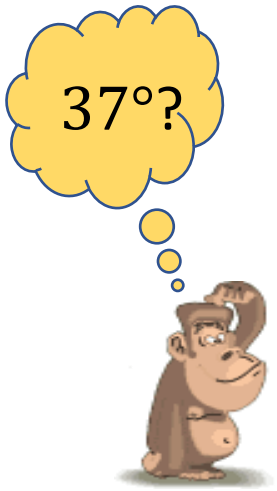
Trilce ACADEMIA

4° Finalmente la dirección

Como: $\vec{R} = (-8; -6)\text{N}$

Se sabe:

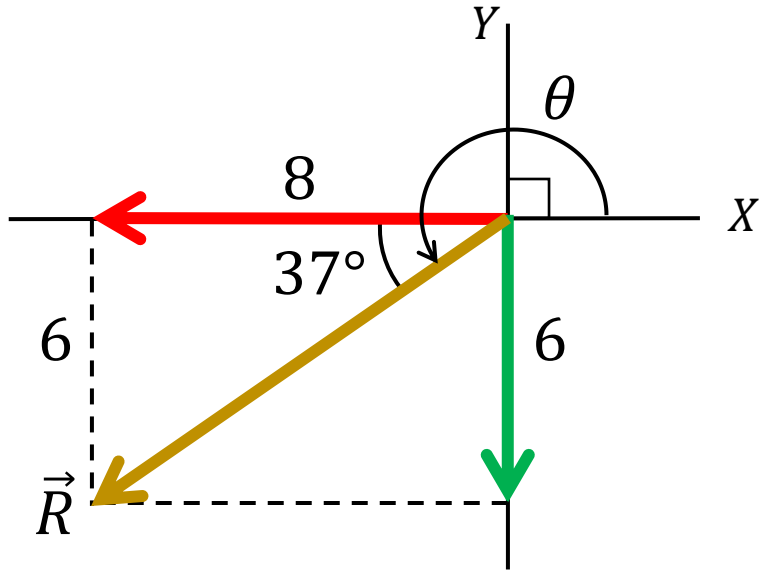
$$\tan\theta = \frac{b}{a}$$



$$\tan\theta = \frac{-6}{-8}$$

$$\tan\theta = \frac{3}{4}$$

Graficamos:



Se ve:

$$\theta = 180° + 37°$$

$$\boxed{\theta = 217°}$$

o $\boxed{\theta = -143°}$

Trilce ACADEMIA

La posición de un punto en el espacio es un vector, pues es necesario establecer, además de la distancia a la que el punto se encuentra del origen de un sistema de coordenadas, la dirección y sentido en que esta distancia debe ser medida. Entonces, ¿en qué cuadrante o cuadrantes del sistema de coordenadas rectangulares se encuentra la suma resultante de los vectores $\vec{A} = (2;4), \vec{B} = (-4;2), \vec{C} = (3;-7)$? (UNMSM 2017 - I)

A) IV cuadrante B) III y II cuadrantes C) III cuadrante D) I y IV cuadrantes E) I cuadrante

Resolución:

Se sabe:

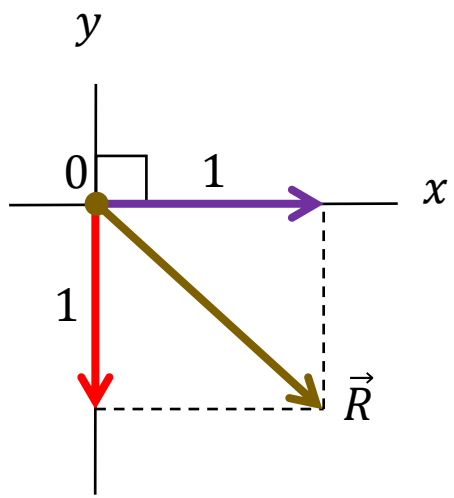
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

Remplazamos:

$$\vec{R} = (2;4) + (-4;2) + (3;-7)$$

$$\vec{R} = (1;-1)$$

Graficamos:



Se ve:

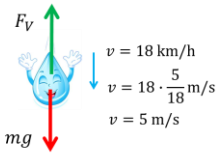
$\vec{R} \in$ IV cuadrante

Trilce ACADEMIA

PROBLEMAS RESUELTOS

Resolución:

Se tiene:



$v = 18\ \text{km/h}$

$v = 18 \cdot \frac{5}{18}\ \text{m/s}$

$v = 5\ \text{m/s}$

Del equilibrio:

$F_V = mg$

$k \cdot V^2 = mg$

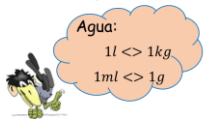
$k = \frac{mg}{V^2}$

$k = \frac{(\frac{1}{20} \cdot 10^{-3}) \cdot (10)}{5^2}$

$k = \frac{10^{-3}}{50}$

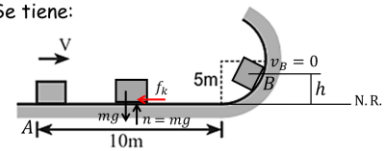
$\boxed{k = 2 \cdot 10^{-5}\ \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}}$

Tener presente:



Resolución:

Se tiene:



La E_M no se conservará:

$\Rightarrow \quad E_{MA} + W_{fnc} = E_{MB}$

$\frac{1}{2}mv^2 + W_{f_k} = mgh$

$\frac{1}{2}mv^2 - f_k \cdot s = mgh$

$\frac{1}{2}mv^2 - \mu_k \cdot n \cdot s = mgh$

$\frac{1}{2}mv^2 - \mu_k \cdot mg \cdot s = mgh$

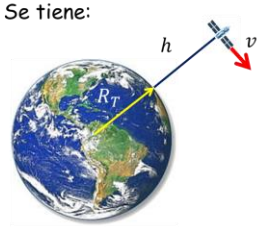
$h = \frac{v^2}{2g} - \mu_k \cdot s$

$h = \frac{10^2}{2 \cdot 10} - 0{,}2 \cdot 10$

$\boxed{h = 3\ \text{m}}$

Resolución:

Se tiene:



Se sabe:

$v = \omega \cdot R$

$v = \omega \cdot (R_T + h)$

$7{,}5 \cdot 10^3 = \omega \cdot (6400 + 1000) \cdot 10^3$

$7{,}5 = \omega \cdot 7400$

$\omega = 7{,}5/7400 = \frac{7{,}5}{7{,}4 \cdot 10^3} = 1{,}01 \cdot 10^{-3}\ \text{rad/s}$

$\boxed{\omega = 10^{-3}\ \text{rad/s}}$

Resolución:

Sabemos que: $E = m \cdot c^2$

$\rightarrow \quad m = \frac{E}{c^2} = \frac{18\,000 \cdot 1\,000 \cdot 4\,000\,000}{(3 \times 10^8)^2} = 8 \times 10^{-4}\ \text{kg}$

$\boxed{m = 0{,}8\ \text{g}}$

Resolución:

Se sabe: $x_0 = A \operatorname{sen} \varphi_0$

$0 = 6{,}24 \operatorname{sen} \varphi_0$

$\operatorname{sen} \varphi_0 = 0 \quad \rightarrow \quad \varphi_0 = 0\ \text{rad};\ \pi\ \text{rad}$

Como: $v_0 = \omega A \cos \varphi_0$

$v_0 = 2\pi f \cdot A \cdot \cos 0$

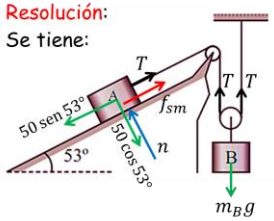
$v_0 = 2\pi \cdot 3{,}2 \cdot 6{,}24 \cdot 1$

$v_0 = 125{,}46\ \text{cm/s}$

$\boxed{v_0 \approx 1{,}25\ \text{m/s}}$

Resolución:

Se tiene:



Del equilibrio:

A: $n = 50\cos 53°$

$n = 50 \cdot 3/5$

$n = 30\text{N}$

A: $T + f_{sm} = 50\operatorname{sen}53°$

$T + \mu_s \cdot n = 50\operatorname{sen}53°$

$T + 0{,}5 \cdot 30 = 50 \cdot 4/5$

$T + 15 = 40$

$T = 25\ \text{N}$

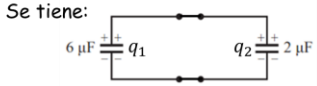
B: $m_B g = 2T$

$m_B g = 2 \cdot 25$

$\boxed{m_B g = 50\ \text{N}}$

Resolución:

Se tiene:



Se cumple: $q_1 + q_2 = 12\ \mu\text{C} \ldots\ldots\ldots (1)$

También: $V_1 = V_2$

$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$

$\frac{q_1}{6} = \frac{q_2}{2}$

$q_1 = 3q_2$

En (1): $3q_2 + q_2 = 12\ \mu\text{C}$

$\boxed{q_2 = 3\ \mu\text{C}}$

Resolución:

Se sabe:

$\lambda_{mín} = \frac{12390}{U}$

$\lambda_{mín} = \frac{12390}{45{,}54 \times 10^3}$

$\lambda_{mín} = 0{,}272\ \text{Å}$

$\lambda_{mín} = 0{,}272 \times 10^{-10}\ \text{m}$

Como: $f = \frac{c}{\lambda}$

$\rightarrow \quad f = \frac{c}{\lambda_{mín}}$

$f = \frac{3 \times 10^8}{0{,}272 \times 10^{-10}}$

$f = 11 \times 10^{18}\ \text{Hz}$

$\boxed{f = 1{,}1 \times 10^{19}\ \text{Hz}}$

Resolución:

Se tiene: $\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 = 25\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_r = 25 \\ \mu = \mu_r \mu_0 = 4\mu_0 \rightarrow \mu_r = 4 \end{cases}$

Se sabe: $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{25 \cdot 4}} = \frac{3 \times 10^8}{10}$

$v = 3 \times 10^7\ \text{m/s}$

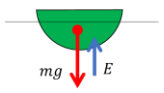
Como: $v = \lambda \cdot f \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{v}{f}$

$\lambda = \frac{3 \times 10^7}{6 \times 10^6}$

$\boxed{\lambda = 5\ \text{m}}$

Resolución:

Se ve:



$E = mg$

$\rho_{agua} \cdot g \cdot V_S = \rho_c \cdot V_c \cdot g$

$1000 \cdot g \cdot 2V/3 = \rho_c \cdot V \cdot g$

$\rho_c = \frac{2000}{3}\ \text{kg/m}^3$

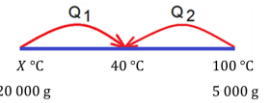
Como: $m_c = \rho_c \cdot V_c$

$m_c = \rho_c \cdot \frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi r^3)$

$m_c = \frac{2000}{3} \cdot \frac{1}{2}(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 0{,}06^3)$

$\boxed{m_c = 0{,}096\pi\ \text{kg}}$

Resolución:



$\sum Q = 0$

$Q_1 + Q_2 = 0$

$m_1 \cdot c_1 \cdot (T_{Eq} - T_1) + m_2 \cdot c_2 \cdot (T_{Eq} - T_2) = 0$

$20000 \cdot 1 \cdot (40 - X) + 5\,000 \cdot 1 \cdot (40 - 100) = 0$

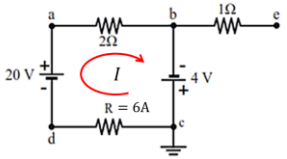
$4 \cdot (40 - X) + 1 \cdot (40 - 100) = 0$

$160 - 4X - 60 = 0$

$\boxed{X = 25\ °\text{C}}$

Resolución:

Se tiene:



Se cumple: $\sum \varepsilon = \sum (I \cdot R)$

$20 + 4 = I \cdot 2 + I \cdot 6$

$I = 3\ \text{A}$

Se sabe: $P = I^2 \cdot R$

$P = 3^2 \cdot 6$

$\boxed{P = 54\ \text{W}}$

Resolución:

Se sabe: $v = \frac{E}{B}$

$E = v \cdot B$

$E = 6 \times 10^5 \cdot 1{,}5$

$E = 9 \times 10^5\ \text{N/C}$

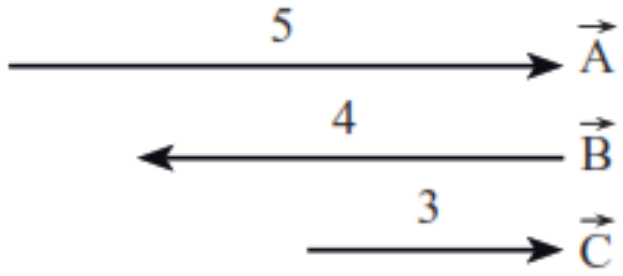
$E = 900 \times 10^3\ \text{N/C}$

$\boxed{E = 900\ \text{kN/C}}$

Trilce ACADEMIA

47. Dados los vectores $\overline{A}$, $\overline{B}$ y $\overline{C}$, determine: **Resolución:**

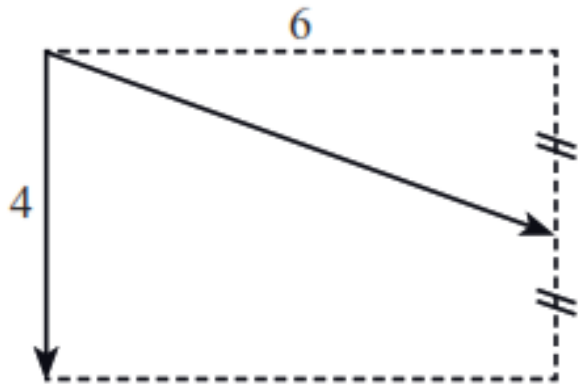
$$R = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$



a) $2(\rightarrow)$ b) $3(\leftarrow)$ c) $4(\rightarrow)$
d) $5(\rightarrow)$ e) $4(\leftarrow)$

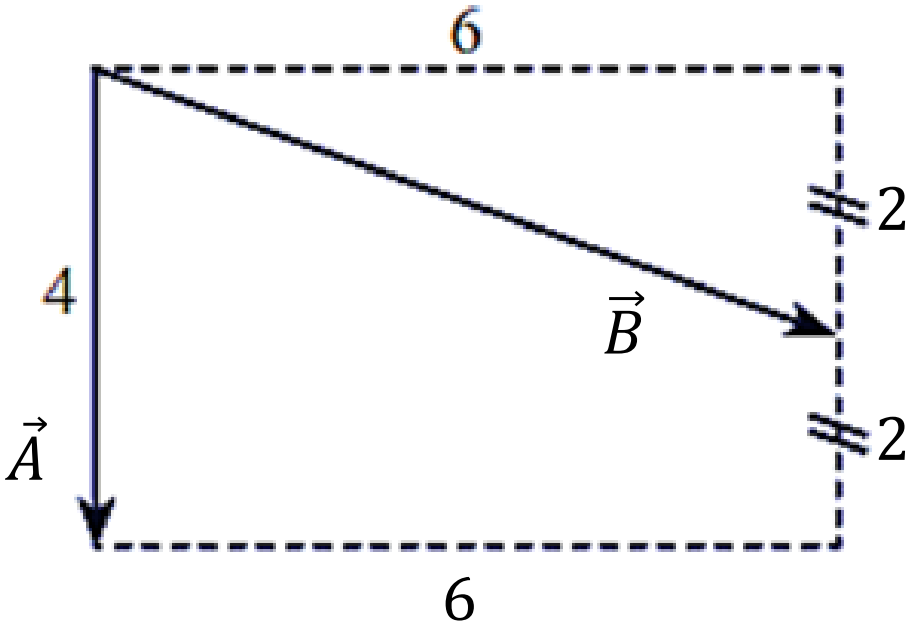
Trilce ACADEMIA

48. Determine el módulo de la resultante de los vectores en el arreglo mostrado.



a) 0 b) 12 c) 8
d) $6\sqrt{2}$ e) $4\sqrt{3}$

Resolución:



Se ve:

$$\vec{A} = (0; -4)$$

$$\vec{B} = (6; -2)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} \ = (6; -6)$$

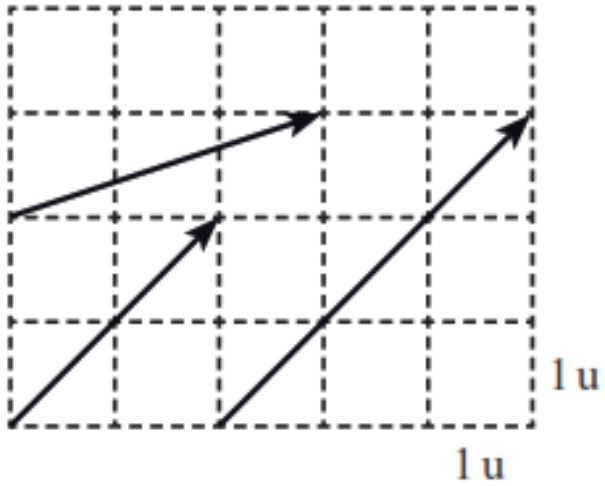
$$\therefore \quad |\vec{R}| = \sqrt{6^2 + (-6)^2}$$

$$|\vec{R}| = 6\sqrt{1^2 + 1^2}$$

$$\boxed{|\vec{R}| = 6\sqrt{2}}$$

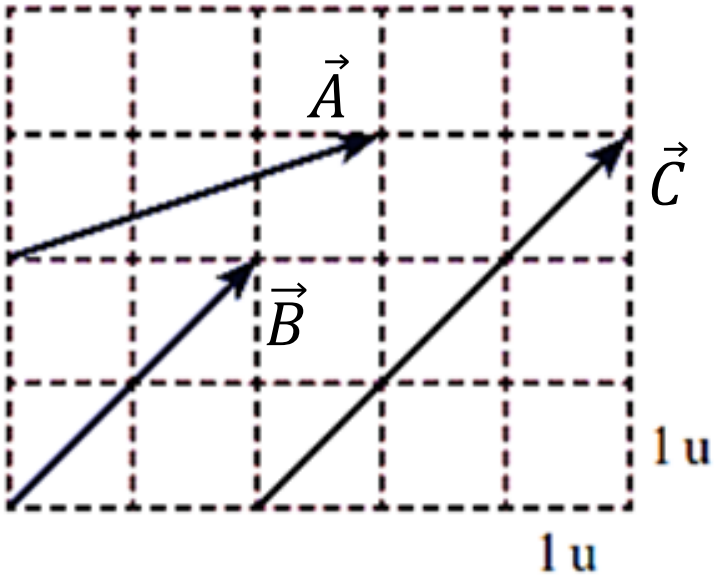
Trilce ACADEMIA

49. Calcule el módulo de la resultante de los vectores que se muestran en la figura.



a) 8 u b) 10 u c) 6 u
d) 5 u e) 9 u

Resolución:



Se ve: $\vec{A} = (3;1)$ u

$\vec{B} = (2;2)$ u

$\vec{C} = (3;3)$ u

$\Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (8;6)$ u

$\therefore \quad |\vec{R}| = \sqrt{8^2 + 6^2}$ u

$|\vec{R}| = \sqrt{100}$ u

$\boxed{|\vec{R}| = 10\text{u}}$

Trilce ACADEMIA

50. Dados los vectores:

$\vec{A} = 4i + 6j$ y $\vec{B} = 6i - 2j$,

determine un vector $\vec{C}$ tal que la resultante de los tres vectores sea nula.

a) $-10i - 4j$
b) $-4i + 2j$
c) $-2i + 2j$
d) $-10i$
e) $-4j$

Resolución:

Se tiene:

$$\vec{A} = (4; 6)$$

$$\vec{B} = (6; -2)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{0}$$

Es decir:

$$(4; 6) + (6; -2) + \vec{C} = \vec{0} \qquad \vec{C} = (-10; -4)$$

$$(10; 4) + \vec{C} = \vec{0} \qquad \boxed{\vec{C} = -10\vec{\imath} - 4\vec{\jmath}}$$

Trilce ACADEMIA

51. Sean los vectores:

$\vec{A} = 2i + 5j$, $\vec{B} = -3i + 2j$ y $\vec{C} = 4i - 6j$,

determine el vector unitario del vector resultante.

a) $(3i + j)$
b) $(3i + j)/3$
c) $(3i - j)/\sqrt{10}$
d) $(3i + j)/\sqrt{10}$
e) $(3i - j)$

Resolución:

Se ve: $\vec{A} = (2; 5)$

$\vec{B} = (-3; 2)$

$\vec{C} = (4; -6)$

$\Rightarrow \quad \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (3; 1)$

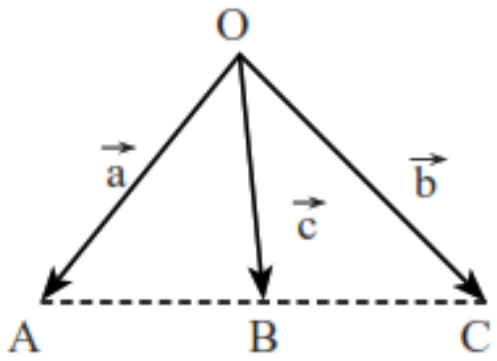
Como:

$$\vec{u} = \frac{\vec{R}}{R} \qquad \vec{u} = \frac{(3; 1)}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{u} = \frac{(3; 1)}{\sqrt{3^2 + 1^2}} \qquad \boxed{\vec{u} = \frac{3\vec{i} + \vec{j}}{\sqrt{10}}}$$

Trilce ACADEMIA

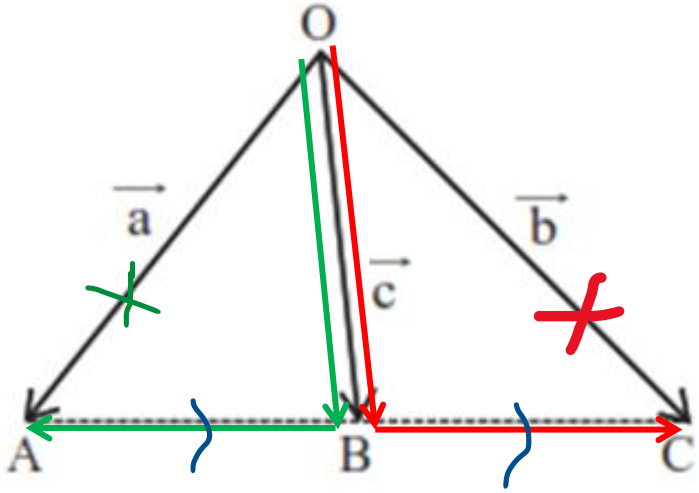
52. Se muestra un conjunto de vectores coplanares. Si se sabe que AB = BC y que el módulo del vector C es 2 cm, determine el módulo del vector resultante.



a) 4 cm b) 6 cm c) 7 cm
d) 5 cm e) 3 cm

Resolución:

Se tiene:



Se ve:

$$\vec{R} = 3\vec{C}$$

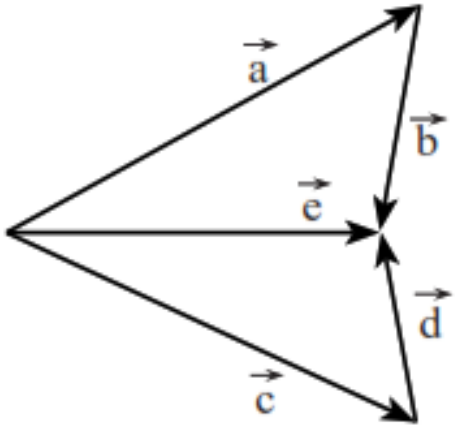
$$\Rightarrow R = 3 \cdot C$$

$$R = 3 \cdot (2)$$

$$R = 6\,cm$$

Trilce ACADEMIA

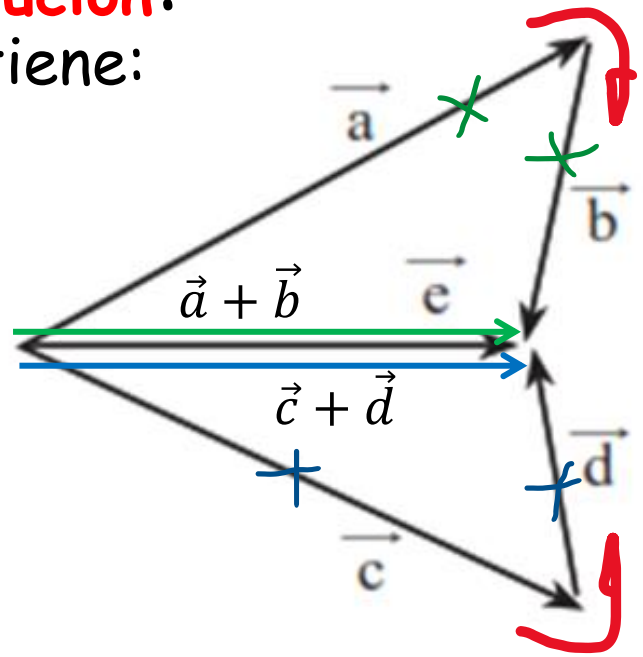
53. En la figura, se muestra un conjunto de vectores en el plano. Determine el vector resultante.



a) 0 b) $2\vec{e}$ c) $3\vec{e}$
d) $4\vec{e}$ e) $\vec{e}$

Resolución:

Se tiene:



Yo sé: $\vec{R} = \vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}+\vec{e}$,

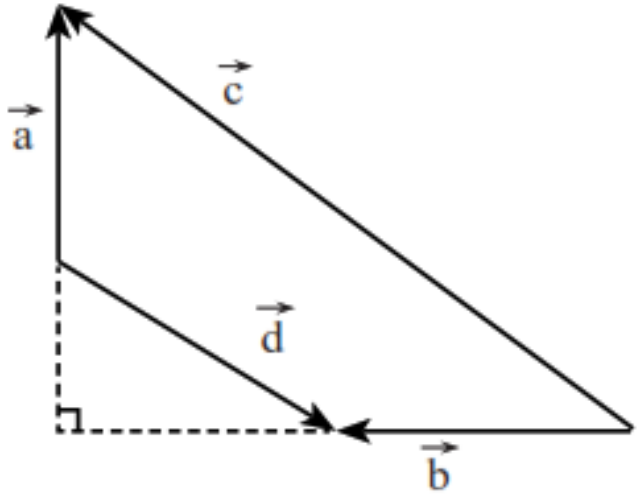
$\vec{a}+\vec{b} = \vec{e}$; $\vec{c}+\vec{d} = \vec{e}$

$\vec{R} = \vec{e}+\vec{e}+\vec{e}$

$\vec{R} = 3\vec{e}$ ↓

Trilce ACADEMIA

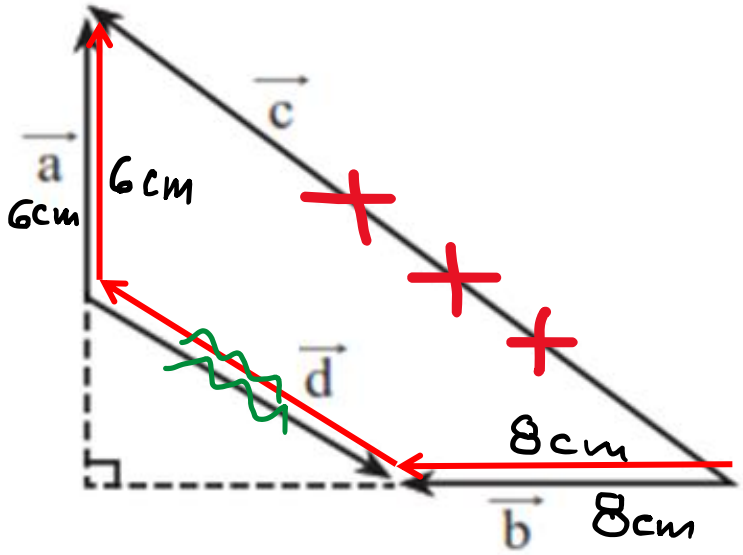
54. Para el conjunto de vectores mostrados, se sabe que los vectores "a" y "b" son perpendiculares, a = 6 cm y b = 8 cm. Determine el módulo del vector resultante.

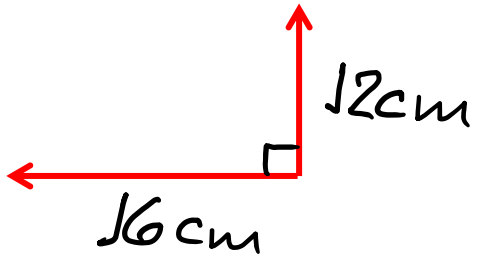


a) 12 cm b) 15 cm c) 18 cm
d) 20 cm e) 14 cm

Resolución:

Se tiene:

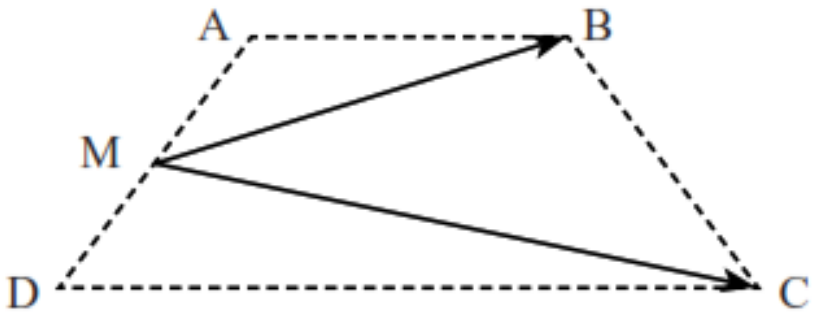




$$R = \sqrt{16^2 + 12^2}$$
$$= 4\sqrt{4^2 + 3^2}$$
$$= 4 \cdot (5)$$
$$= 20\,cm$$

Trilce ACADEMIA

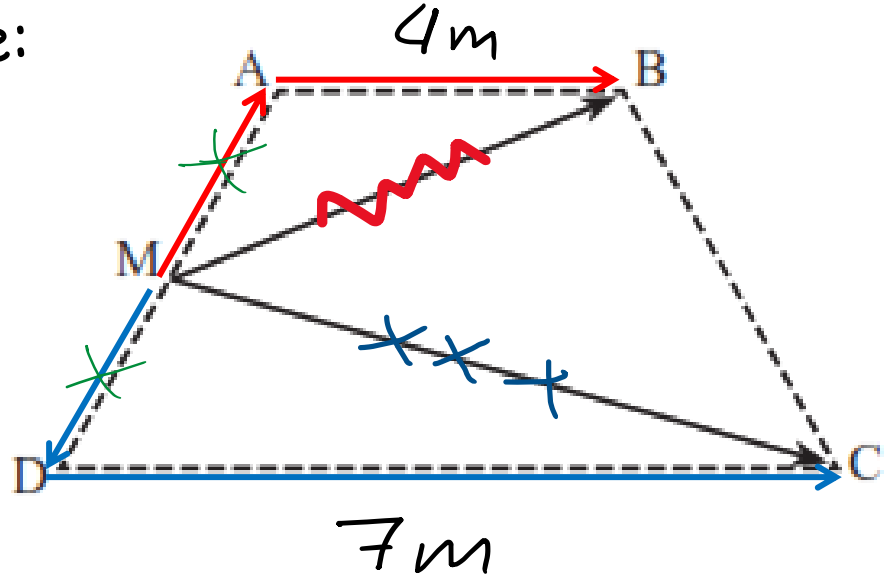
55. La figura muestra un trapecio de vértices A, B, C y D. Si se sabe que M es punto medio del segmento AD, donde AB = 4 m y DC = 7 m, determine el módulo del vector resultante.



a) 12 m b) 14 m c) 13 m
d) 10 m e) 11 m

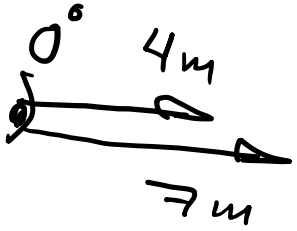
Resolución:

Se tiene:



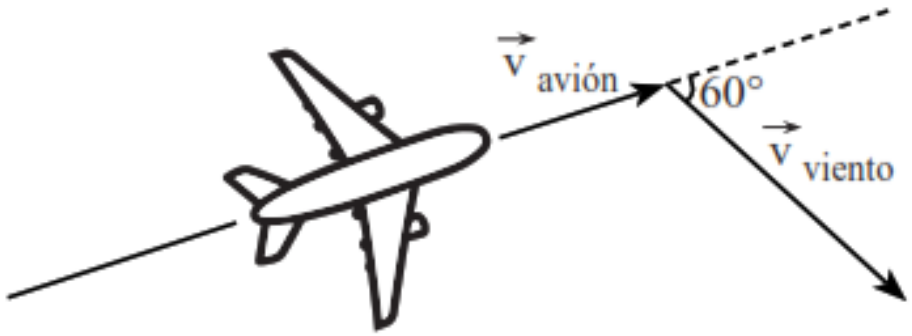
Se ve: $R = 4 + 7$

$= 11\,m$



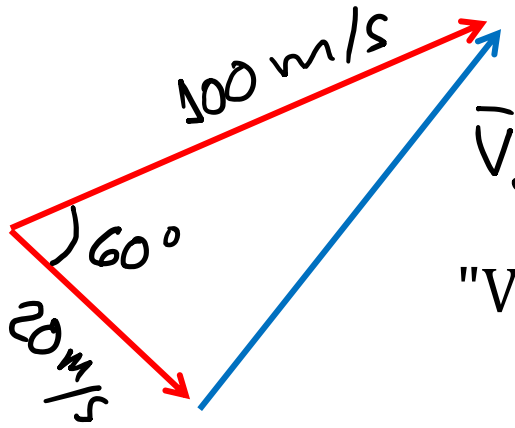
Trilce ACADEMIA

56. Un avión vuela en línea recta con una velocidad $\vec{v}_{avión}$ de magnitud 100 m/s en un lugar donde el viento sopla con una velocidad $\vec{v}_{viento}$ de magnitud 20 m/s, como muestra la figura. La dirección del movimiento del avión respecto al viento es 60°. Determine la magnitud del vector $(\vec{v}_{avión} - \vec{v}_{viento})$. Considere $\sqrt{21} = 4,6$.



a) 92 m/s b) 81 m/s c) 96 m/s
d) 84 m/s e) 94 m/s

Resolución:



$\bar{V}_{avión} - \bar{V}_{viento}$

"Vector Diferencia $\vec{D}$"

$$|\bar{V}_{avión} - \bar{V}_{viento}| = \sqrt{V_a^2 + V_v^2 - 2V_aV_v \cdot \cos\theta}$$

$$= 20\sqrt{5^2 + 1^2 - 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot \cos 60°}$$

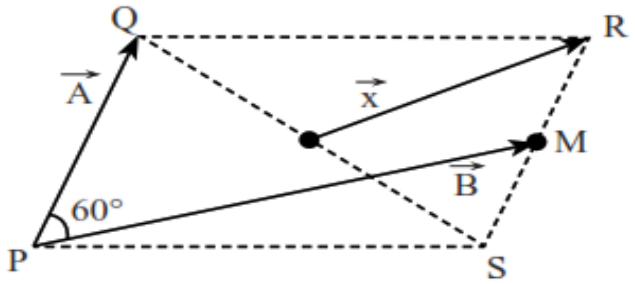
$$= 20\sqrt{26 - 10 \cdot (1/2)}$$

$$= 20\sqrt{21} = 20 \cdot (4,6)$$

$$= 92 \text{ m/s}$$

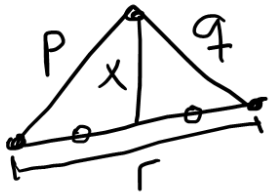
Trilce ACADEMIA

57. La figura muestra un paralelogramo PQRS y tres vectores A, B y "x". Los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ forman entre sí un ángulo de 60°, siendo sus magnitudes 1 u y 2 u, respectivamente. El vector $\vec{x}$ tiene su origen en el punto medio de la diagonal QS. Determine la magnitud del vector $\vec{x}$ sabiendo que M es punto medio del lado RS.



a) $\sqrt{17}/4$ u b) $\sqrt{17}/2$ u c) $\sqrt{21}/4$ u
d) $\sqrt{21}/2$ u e) $\sqrt{18}/2$ u

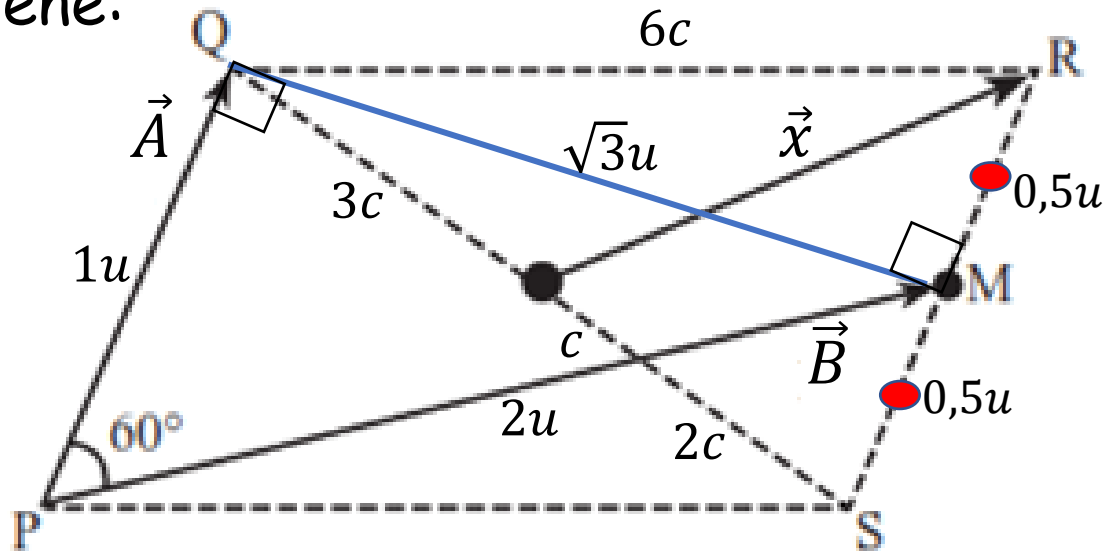
Teorema de la Mediana:



$$x^2 = \frac{p^2}{2} + \frac{q^2}{2} - \frac{r^2}{4}$$

Resolución:

Se tiene:



Del $\triangle$ QMR: $(6c)^2 = \sqrt{3}^2 + 0{,}5^2$

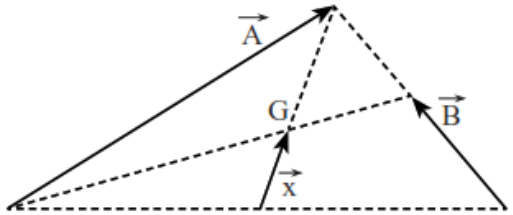
$$36c^2 = 3 + 1/4 = 13/4 \Rightarrow c = \frac{\sqrt{13}}{12}$$

En el $\triangle$ QRS: $x^2 = \frac{(6c)^2}{2} + \frac{1^2}{2} - \frac{(6c)^2}{4} = \frac{(6c)^2}{4} + \frac{1}{2}$

$$x^2 = \frac{36 \cdot (13/144)}{4} + \frac{1}{2} = \frac{21}{16} \Rightarrow x = \sqrt{21}/4$$

Trilce ACADEMIA

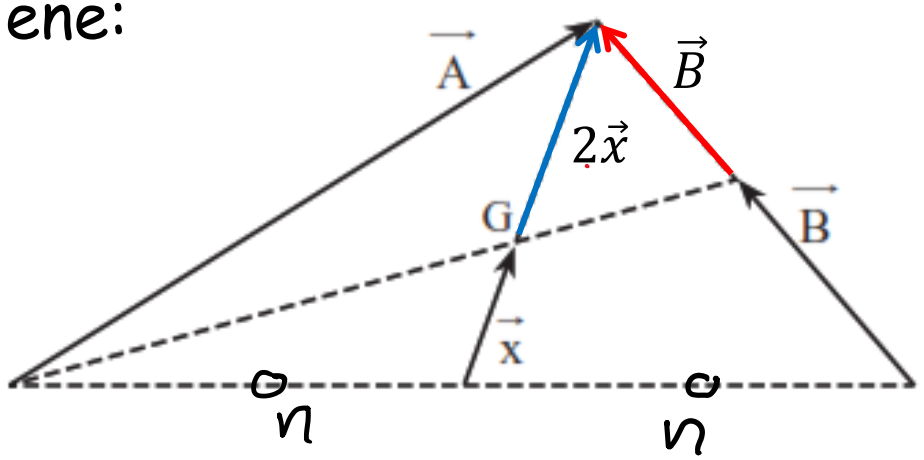
58. En física, muchas veces es necesario expresar un vector en función de otros para poder reducir y hacer más sencillo la solución. En este contexto, la figura muestra un conjunto de vectores coplanarios, donde se cumple $\vec{x} = 2m\vec{A} + 4n\vec{B}$. Si G es punto baricentro, determine m + n.

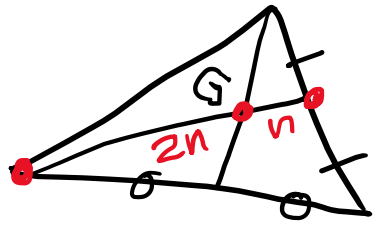


a) –1/6 b) 1/2 c) 1/6
d) 3 e) 1/3

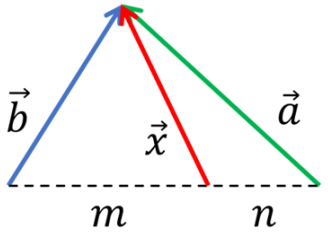
Resolución:

Se tiene:





Se ve:



$$\vec{x} = \frac{m\vec{a} + n\vec{b}}{m+n}$$

$$3\vec{X} = \frac{n\cdot 2\bar{B} + n\bar{A}}{2n} = \frac{\bar{A} + 2\bar{B}}{2}$$

$$\vec{X} = \frac{\bar{A} + 2\bar{B}}{6} = \frac{1}{6}\vec{A} + \frac{1}{3}\vec{B}$$

Comparando: $2m = \frac{1}{6} \rightarrow \boxed{m = \frac{1}{12}}$ ∧ $4n = \frac{1}{3} \rightarrow \boxed{n = \frac{1}{12}}$ $\therefore m+n = \frac{1}{6}$

Trilce ACADEMIA

Trilce

ACADEMIA

MEJOR PREPARACIÓN A MENOR PRECIO